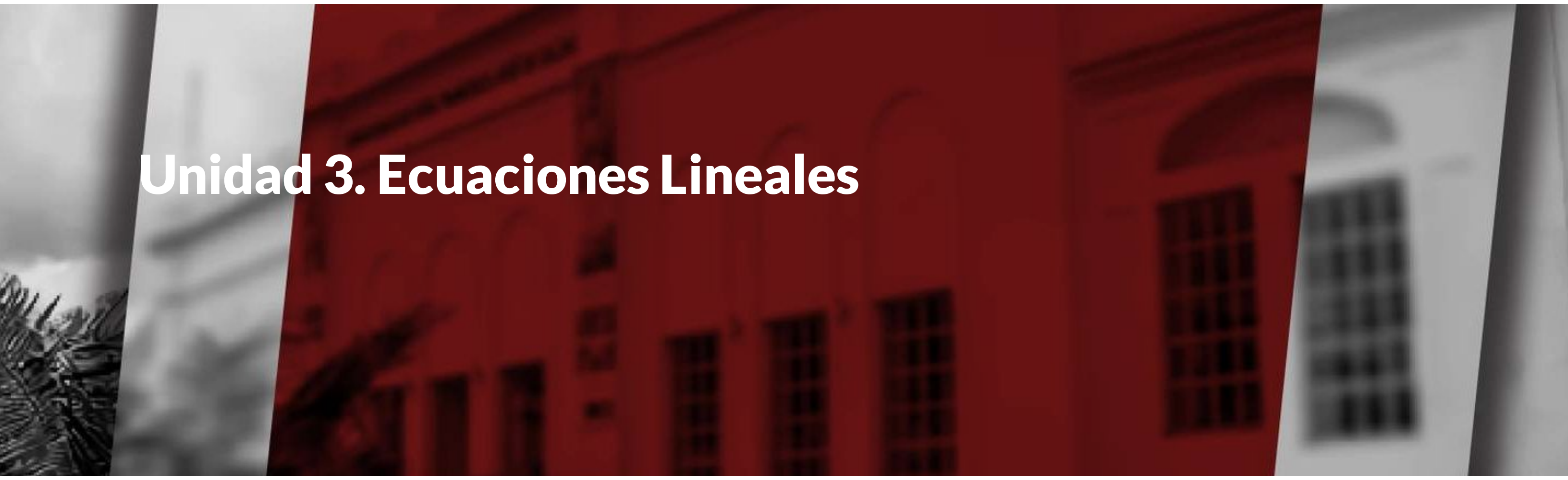
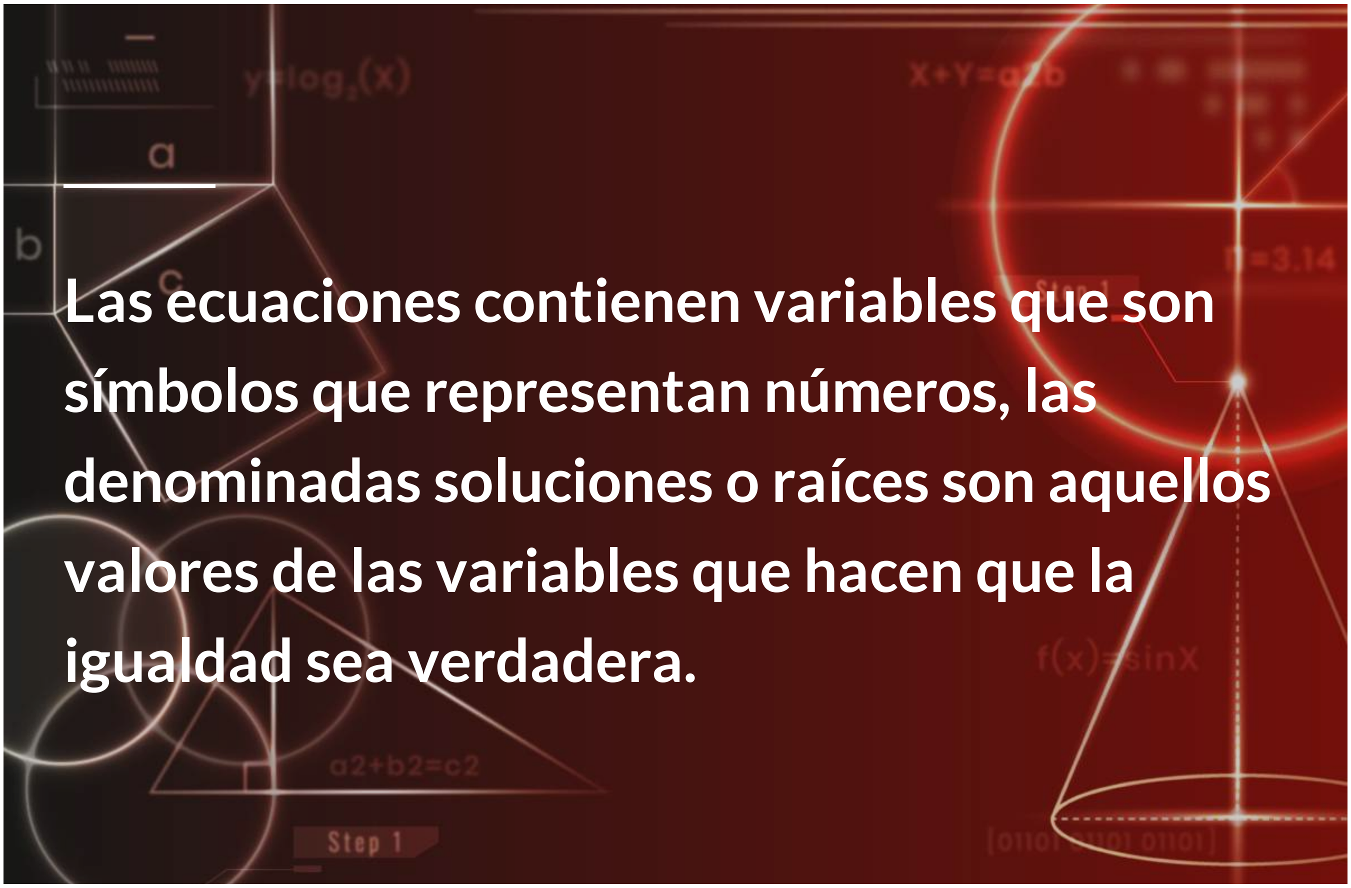


Unidad 3. Ecuaciones Lineales

TEMAS

Unidad 3. Ecuaciones Lineales

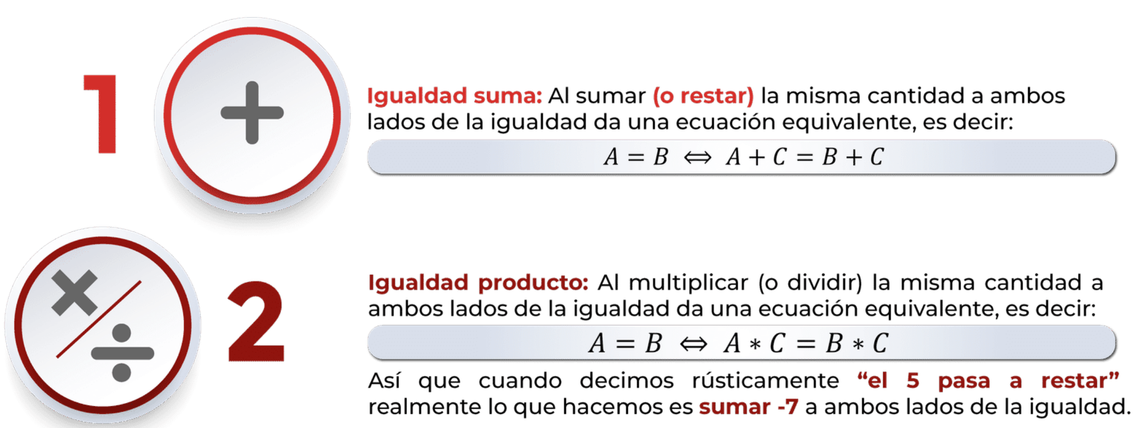


Las ecuaciones lineales son aquellas de la forma ax+b=c. Donde x corresponde a la variable y tanto a,b,c a números reales.

Propiedades de la igualdad

Dos ecuaciones con exactamente las mismas soluciones se denominan ecuaciones equivalentes. Para solucionar ecuaciones lo que buscamos es encontrar la ecuación equivalente más sencilla posible. Esto es posible por las siguientes propiedades

De clic en la imagen para ampliar la información



ESTRATEGIA DE LA SOLUCIÓN

La estrategia para solucionar todas las ecuaciones lineales corresponde a, encontrar la ecuación equivalente tal que la variable quede sola a un lado, de manera general siempre se realizara lo mismo.

Primero haríamos operaciones para dejar todos aquellos con variables a un lado y aquellos que no, al otro.

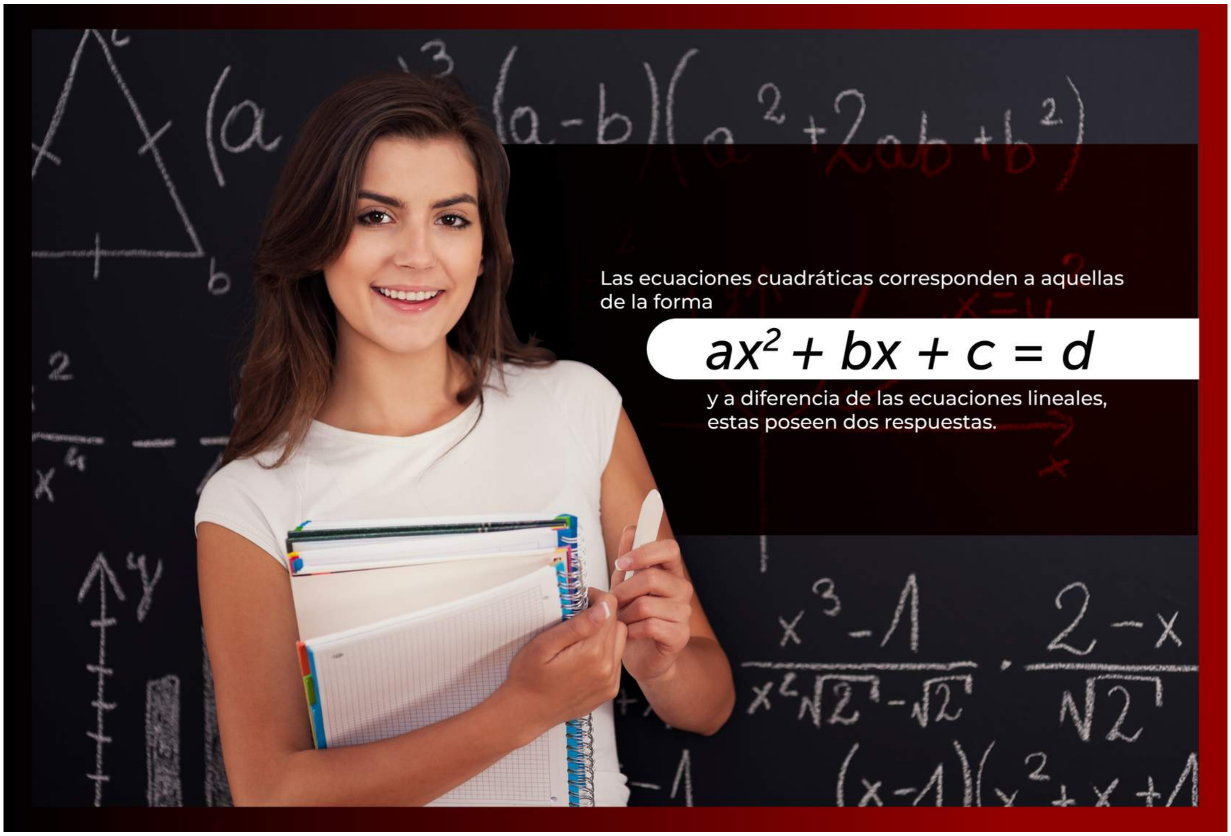
Segundo dividiríamos a ambos lados por el coeficiente que acompaña a la variable.

Ejemplo

$$2x = \frac{1}{2}x - 7 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x - 7 - \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4x - 1x}{2} = -7$$

$$\frac{3}{2}x = -7 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}x * \frac{2}{3} = -7 * \frac{2}{3} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-14}{3}$$

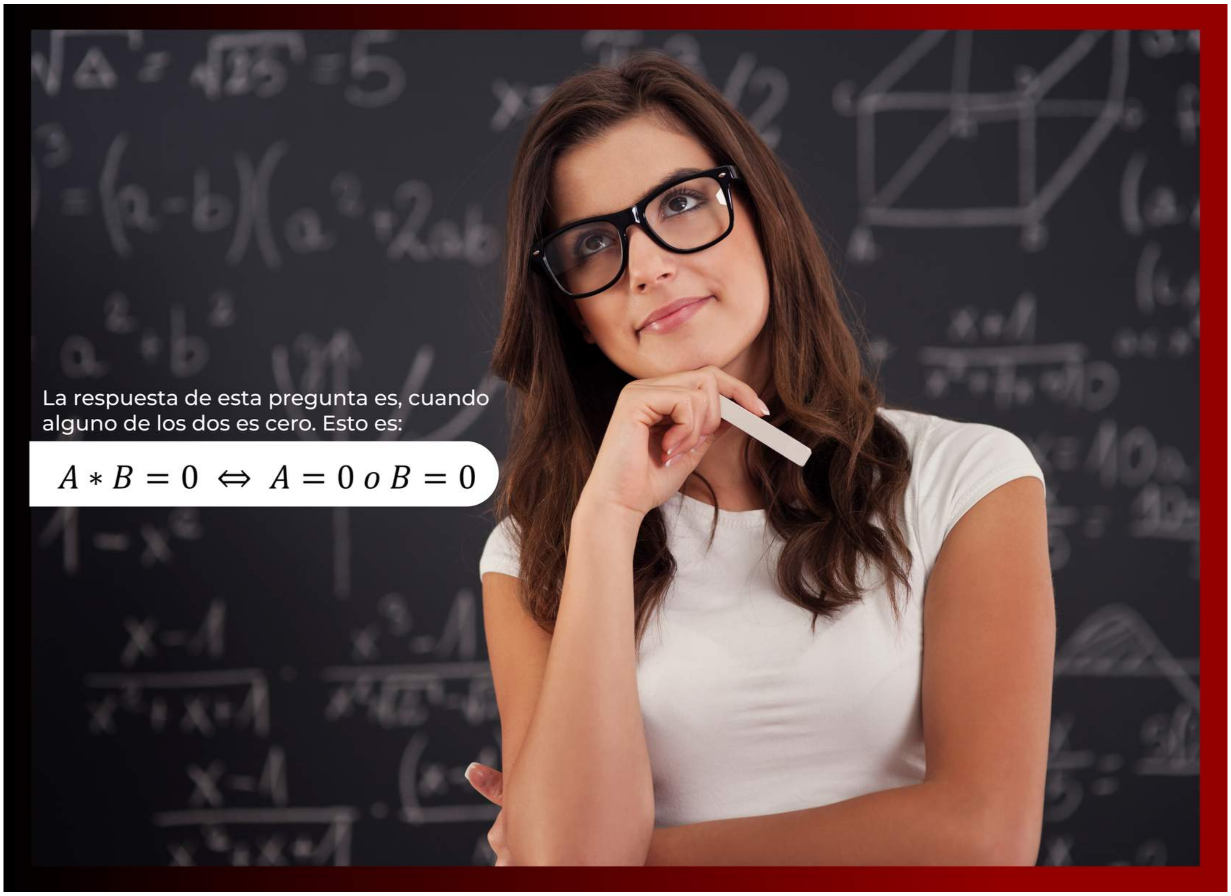
Ecuaciones cuadráticas



Lección 4 de 10

Propiedad producto cero

¿Cuándo el producto de dos números reales da como resultado el 0?



Vale la pena aclarar que A,B pueden ser números o expresiones algebraicas y retomaremos esta idea más adelante.

Estrategia de solución

A diferencia de las ecuaciones lineales, para las cuadráticas tenemos más de una forma de solucionarlas, la primera y la más general para solucionarlas corresponde a la aplicación de la **formula cuadrática**, se aplica a expresiones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

1. Note que todas las ecuaciones cuadráticas las podemos llevar a esta forma, si tenemos $ax^2 + bx + c = d$ y restamos d a ambos lados tenemos la ecuación equivalente $ax^2 + bx + (c - d) = 0$

2. Si escribimos $s = c - d$ tenemos $ax^2 + bx + s = 0$. Estas expresiones satisfacen $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ donde una respuesta será dada por la raíz positiva y otra por la raíz negativa siempre y cuando se tenga que $b^2 - 4ac \geq 0$, en caso contrario no tendría raíces en los números reales.

Ejemplo

$x^2 + 5x = 24$ lo primero que debemos hacer es llevarla a la forma que necesitamos, así obtenemos $x^2 + 5x - 24 = 0$ y aplicamos la formula cuadrática

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-24)}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$x = \frac{-16}{2} = -8$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

Ahora si aplicamos **la factorización** y **la propiedad producto cero** en el siguiente ejemplo

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

De donde tenemos $x + 4 = 0$ o $x - 3 = 0$ estas son dos ecuaciones lineales cuya solución es $x = -4$ o $x = 3$ las cuales son las raíces de nuestra ecuación original.

Sistemas de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de ecuaciones lineales con las mismas incógnitas y las soluciones deben satisfacer a cada una de ellas. Los que abordaremos aquí corresponden a los sistemas 2x2 es decir que poseen dos incógnitas y por lo tanto debe haber como mínimo dos ecuaciones para resolver.

Solución de un sistema de ecuaciones

Veamos que es y que no es una solución a un sistema de ecuaciones lineales, iniciemos con que no es solución, para ello consideremos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ X + 4y = 7 \end{cases}$$

1

Tomemos en la primera ecuación x=4 y y=3 así 2(4)-3=8-3=5 sin embargo, la segunda ecuación quedaría como 4+4(3)=16 y por lo tanto estos dos valores no serían solución al sistema de ecuaciones.

2

Por otra parte, si tomamos x=3 y y=l tenemos para la primera ecuación 2(3)-1=6-1=5 y para la segunda 3+4(1)=7 con lo cual esos dos valores si serian solución al sistema de ecuaciones

Método de igualación, sustitución y eliminación

Método de sustitución

Despejaremos una variable en cualquiera de las dos ecuaciones y reemplazaremos en la otra, así quedara una ecuación lineal. Por último, reemplazamos el valor obtenido en la ecuación que despejamos y así habremos encontrado la solución al sistema.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$$

Despejaremos la y en la primera ecuación, sin embargo, también pudimos despejar la x así $y = 1 - 2x$ y **sustituimos** este valor en la segunda ecuación $3x + 4(1 - 2x) = 14$ solucionando esta ecuación lineal tenemos $x = -2$ reemplazando en la ecuación que despejamos tenemos que $y = 1 - 2(-2) = 5$.

Método de igualación

De forma similar despejaremos una de las variables, sin embargo, en este caso en ambas ecuaciones lineales y resolvemos la ecuación lineal resultante.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$$

1

Despejemos la x en ambas ecuaciones (por variar) así tenemos

2

$x = \frac{1-y}{2}$ y $x = \frac{14-4y}{3}$

de la primera y segunda ecuación respectivamente

3

$$\frac{1-y}{2} = \frac{14-4y}{3}$$

$$3 - 3y = 28 - 8y$$

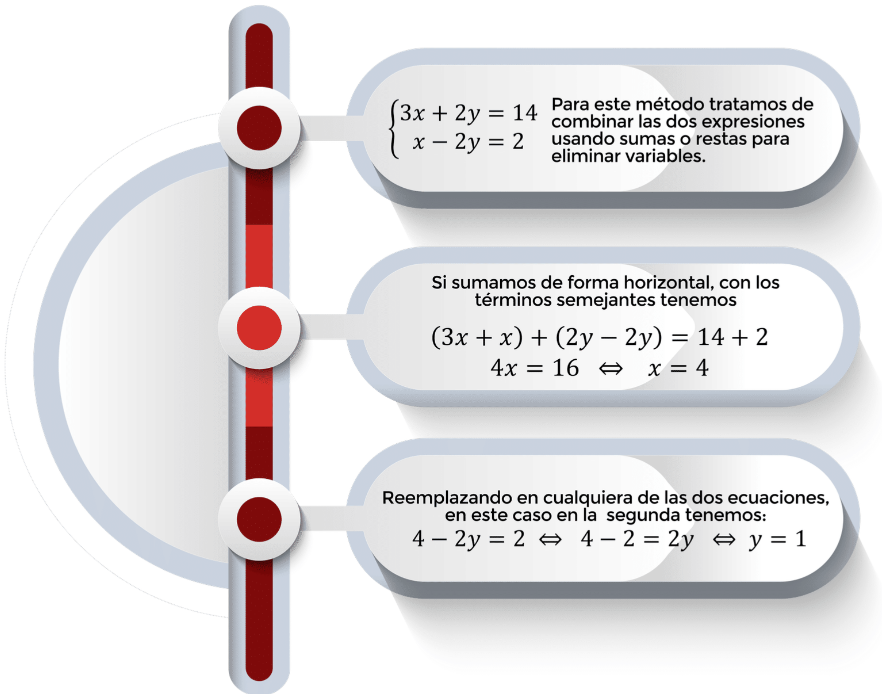
$$5y = 25 \Leftrightarrow y = 5$$

4

De nuevo, reemplazando en cualquiera de las dos que despejamos inicialmente

$$x = \frac{1-5}{2} = -2$$

Eliminación



Julioprofe. (5 de abril de 2010). *Ecuaciones lineales o de primer grado - Ej. 1, 2 y 3*. [Video]. YouTube.

IR A LINK

Julioprofe.(20 de diciembre de 2019). *ECUACIONES CUADRÁTICAS POR FACTORIZACIÓN - Ejercicio 1 (con CASIO Classwiz fx-991LA X*. [Video]. YouTube.

IR A LINK

Julioprofe.(10 de enero de 2018). *ECUACIONES CUADRÁTICAS POR FÓRMULA GENERAL - Ejercicio 2.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Julioprofe.(23 de diciembre de 2009). *Sistemas de ecuaciones lineales 2×2 por eliminación - Ej. 1.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Julioprofe.(19 de diciembre de 2009). *Sistemas de ecuaciones lineales 2×2 por igualación - Ej. 1.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Julioprofe.(19 de diciembre de 2009). *Sistemas de ecuaciones lineales 2×2 por sustitución - Ej. 1.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Mate Facil. (25 de noviembre de 2015). *Propiedades de la igualdad (leyes de las ecuaciones).* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Location

Mate Facil. (18 de agosto de 2023). *08. Ecuaciones de Primer y Segundo grado, factorización y fórmula general, despejes.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Mate Facil. (3 de noviembre de 2017). *Sistema de ecuaciones 2x2: Método de Igualación, MUY FÁCIL.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Mate Facil.(3 de noviembre de 2017). *Sistema de ecuaciones 2x2: Método de Reducción (Eliminación), MUY FÁCIL.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Mate Facil.(1 de noviembre de 2017). *Sistema de ecuaciones 2x2: Método de Sustitución, MUY FÁCIL.* [Video]. YouTube.

IR A LINK

Bibliografía

- **Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2005).** *Precalculus*: Mathematics for Calculus.
- **Stewart, J. (2012).** *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas* (7a. ed.).
- **Larson, R., & Edwards, B. H. (2020).** *Cálculo (11ª ed.)*. Cengage Learning.

Imágenes

- Imágenes libres tomadas desde Freepik. https://www.freepik.es/

CONTINUAR

Créditos

Autor de contenido:

Johan Andrés Matiz Gaitán

Matemático de la Universidad Distrital

Estudiante de la maestría en Ciencias de la información y las telecomunicaciones